4.4 Μετατροπή από μία μορφή δομής επανάληψης σε μία άλλη.

Η μετατροπή μιας εντολής επανάληψης σε μία άλλη ή στις άλλες δύο εντολές επανάληψης, αποτελεί ένα θέμα που αρκετές φορές έχει εξεταστεί σε πανελλαδικό επίπεδο. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μία συνολική προσέγγιση των μετατροπών από μία εντολή επανάληψης στις άλλες δύο εντολές επανάληψης εφόσον μπορούν να πραγματοποιηθούν. Αν και παρατίθενται μεθοδολογίες που καλύπτουν όλες τις δυνατές περιπτώσεις μετατροπών, σημειώνεται ότι οι συγκεκριμένοι κανόνες δεν είναι απόλυτοι και για αυτό σε περίπτωση που κάποιος δεν τους ακολουθήσει είναι καθοριστικής σημασίας η εικονική εκτέλεση (στο χαρτί) ή η εκτέλεση στον υπολογιστή του αρχικού τμήματος αλγόριθμου και του τμήματος αλγόριθμου που δημιουργήθηκε από την μετατροπή, ώστε για τις ίδιες εισόδους να δίνουν τα ίδια αποτελέσματα.

Για τις ανάγκες παρουσίασης και την ευκολότερη κατανόηση είναι απαραίτητες ορισμένες συντομογραφίες που θα χρησιμοποιηθούν στις επόμενες παραγράφους. Στις συντομογραφίες αυτές έχει ξαναγίνει αναφορά στην εντολή **Για**..**από**…**μέχρι** και είναι οι ακόλουθες:

- μτ: μεταβλητή
- ατ: αρχική τιμή
- ττ: τελική τιμή
- τβ: τιμή βήματος

Πριν όμως προχωρήσουμε στη παρουσίαση των μετατροπών ας ξαναθυμηθούμε κάποια από τα χαρακτηριστικά των τριών δομών επανάληψης.

- Οι εντολές που περιέχονται στην εντολή **Όσο**…**επανάλαβε** υπάρχει περίπτωση να μην εκτελεστούν αν στον πρώτο έλεγχο της συνθήκης που περιλαμβάνει η εντολή επανάληψης, αυτή είναι Ψευδής.
- Οι εντολές που περιέχονται στην εντολή **Για** μτ **από** ατ **μέχρι** ττ **με_βήμα** τβ, υπάρχει περίπτωση να μην εκτελεστούν
  - αν τβ > 0 και ατ > ττ
  - αν τβ < 0 και ατ < ττ
- Οι εντολές που περιέχονται στην εντολή **Μέχρις_ότου** θα εκτελεστούν τουλάχιστον μία φορά.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να ξεκαθαριστεί ότι δεν είναι δυνατή κάθε μετατροπή από μία εντολή επανάληψης σε μία άλλη. Έτσι η μετατροπή από τις εντολές **Όσο**…**επανάλαβε** και **Μέχρις_ότου** στην **Για**…**από**…**μέχρι** είναι δυνατή μόνο

- αν στην αρχική εντολή υπάρχει μία μεταβλητή (μτ) που λαμβάνει κάποια αρχική τιμή (ατ) πριν από την εντολή επανάληψης,
- αν η συνθήκη είναι της μορφής: μτ συγκριτικός_τελεστής ττ όπου ο συγκριτικός τελεστής είναι ένας εκ των ≥, >, ≤, <. και ττ είναι η τελική τιμή που μπορεί να φτάσει η μεταβλητή και για την οποία εκτελούνται οι εντολές της επανάληψης Στην περίπτωση είτε του = είτε του ≠ θα γίνει ειδική αναφορά.
- αν η μεταβλητή μέσα στο σώμα της εντολής επανάληψης αλλάζει μόνο κατά την τιμή κάποιου βήματος (τβ).

- αν είναι γνωστές εκ των προτέρων η αρχική (ατ) και η τελική τιμή (ττ) της μεταβλητής, καθώς και η τιμή του βήματος (τβ) με την οποία αλλάζει η μεταβλητή κάθε φορά στην επανάληψη. Αν οι τιμές των ατ, ττ και τβ είναι τυχαίες, δηλαδή δεν είναι γνωστές ποιες συγκεκριμένες σταθερές τιμές έχουν στο ορατό τμήμα του αρχικού αλγόριθμου, θα πρέπει να διερευνηθεί με τη χρήση εντολών επιλογής πότε είναι εφικτή η μετατροπή.
- **αν η αρχική (ατ), η τελική τιμή (ττ) της μεταβλητής, και η τιμή του βήματος (τβ) διατηρούν σταθερή την τιμή τους σε όλη τη διάρκεια εκτέλεσης της επανάληψης.**

Είναι σαφές επίσης ότι μία μετατροπή από μία εντολή επανάληψης σε μία άλλη έχει νόημα μόνο αν δεν παραβιάζεται το κριτήριο της περατότητας.

4.4.1 Μετατροπή από την εντολή Όσο … επανάλαβε στην εντολή Μέχρις_ότου

Μεθοδολογία

Όσο συνθήκη **επανάλαβε**
    Εντολές
Τέλος_επανάληψης
	→	**Αν** συνθήκη **τότε**
		    Αρχή_επανάληψης
		        Εντολές
		    Μέχρις_ότου όχι(συνθήκη)
		Τέλος_αν

Αν όμως από την εικονική εκτέλεση του αλγόριθμου είναι βέβαιο ότι κατά τον πρώτο έλεγχο της συνθήκης αυτή είναι Αληθής, τότε η μετατροπή έχει ως εξής:

Όσο συνθήκη **επανάλαβε**
    Εντολές
Τέλος_επανάληψης
	→	**Αρχή_επανάληψης**
		    Εντολές
		Μέχρις_ότου όχι(συνθήκη)

Παράδειγμα 4.32

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Μέχρις_ότου**.

Διάβασε t
Όσο t $\geq$ 0 **επανάλαβε**
    υ $\leftarrow$ 10 + 2*t
    Εμφάνισε t, υ
    Διάβασε t
Τέλος_επανάληψης

Επειδή δεν είναι σίγουρο ότι η τιμή του t την πρώτη φορά είναι μεγαλύτερη ή ίση του 0 η μετατροπή έχει ως εξής:

```
Διάβασε t
Αν t ≥ 0 τότε
      Αρχή_επανάληψης
        υ ← 10 + 2*t
        Εμφάνισε t, υ
        Διάβασε t
      Μέχρις_ότου t < 0
Τέλος_αν
```

Παράδειγμα 4.33

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Μέχρις_ότου**.

```
Σ ← 0
Όσο Σ < 2000 επανάλαβε
      Διάβασε χ
      Σ ← Σ + χ
Τέλος_επανάληψης
```

Επειδή είναι σίγουρο ότι η συνθήκη είναι αληθής την πρώτη φορά, η μετατροπή έχει ως εξής:

```
Σ ← 0
Αρχή_επανάληψης
      Διάβασε χ
      Σ ← Σ + χ
Μέχρις_ότου όχι (Σ < 2000)
```

4.4.2 Μετατροπή από την εντολή Μέχρις_ότου στην εντολή Όσο … επανάλαβε

Μεθοδολογία

Μία προτεινόμενη μέθοδος μετατροπής που δίνει πάντοτε λύση είναι η ακόλουθη:

Αρχή_επανάληψης
   Εντολές
Μέχρις_ότου συνθήκη
	⇒	Εντολές
		Όσο όχι(συνθήκη) **επανάλαβε**
		   Εντολές
		Τέλος_επανάληψης

Θα πρέπει να επισημανθεί ότι η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί πάντα να εφαρμοστεί, ωστόσο υπάρχουν και άλλοι τρόποι (πιο κατανοητοί και με λιγότερες γραμμές κώδικα) για να μετατραπεί η **Μέχρις_ότου** σε **Όσο…επανάλαβε**, αρκεί η αρχική εντολή επανάληψης και η τελική να προκύψουν ισοδύναμες. Υπάρχουν λοιπόν περιπτώσεις όπου αν η λογική έκφραση (**όχι**(συνθήκη)) είναι αληθής την πρώτη φορά που θα ελεγχθεί με εικονική εκτέλεση τότε οι εντολές πριν από το σώμα της επανάληψης είναι δυνατόν να παραλειφθούν.

Αρχή_επανάληψης
    Εντολές
Μέχρις_ότου συνθήκη
	⇨	**Όσο όχι**(συνθήκη) **επανάλαβε**
		    Εντολές
		Τέλος_επανάληψης

Παράδειγμα 4.34

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Όσο…επανάλαβε**.

```
Διάβασε Κ
Αρχή_επανάληψης
      Διάβασε χ
      y ← 3 * x – 2
      Εμφάνισε x, y
Μέχρις_ότου y > K
```

Η μετατροπή έχει ως εξής:

```
Διάβασε Κ
Διάβασε χ
y ← 3 * x – 2
Εμφάνισε x, y
Όσο y <= K επανάλαβε      !όχι (y > K)
      Διάβασε χ
      y ← 3 * x – 2
      Εμφάνισε x, y
Τέλος_επανάληψης
```

Παρατηρούμε ότι οι εντολές εκτελούνται μία φορά πριν να ελεγχθεί η συνθήκη στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** γιατί δεν είναι γνωστό αν η συνθήκη την πρώτη φορά που ελέγχεται είναι αληθής.

Παράδειγμα 4.35

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Όσο…επανάλαβε**.

```
κ ← 0
Αρχή_επανάληψης
    Διάβασε χ
```

```
    Αν χ > 0 τότε
        κ ← κ + 3
    Τέλος_αν
Μέχρις_ότου κ > 12
```

Στο παραπάνω τμήμα αλγορίθμου είναι σίγουρο ότι η συνθήκη είναι αληθής την πρώτη φορά στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** όποτε η μετατροπή έχει ως εξής:

```
κ ← 0
Όσο όχι(κ > 12) επανάλαβε     ! κ ≤ 12
    Διάβασε χ
    Αν χ > 0 τότε
        κ ← κ + 3
    Τέλος_αν
Τέλος_επανάληψης
```

4.4.3 Μετατροπή από την εντολή Για … από … μέχρι στις άλλες δύο εντολές

Μεθοδολογία

Προτείνεται σε περίπτωση που ζητείται μετατροπή από **Για … από … μέχρι** σε **Μέχρις_ότου** να μετατρέπεται πρώτα η εντολή **Για…από…μέχρι** στην εντολή **Όσο…επανάλαβε** και κατόπιν με τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε προηγουμένως στην εντολή **Μέχρις_ότου.**

Η προτεινόμενη μέθοδος μετατροπής βασίζεται στο πρόσημο της τιμής του βήματος

- αν τβ > 0 τότε η συνθήκη στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** θα είναι της μορφής μτ ≤ ττ
- αν τβ < 0 τότε η συνθήκη στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** θα είναι της μορφής μτ ≥ ττ

Αν χρησιμοποιηθούν οι παραπάνω προτεινόμενες συνθήκες τότε σίγουρα οι μετατροπές είναι σωστές. Η μετατροπές είναι οι ακόλουθες:

<table>
<tr><td colspan="2"><pre>
Για μτ από ατ μέχρι ττ με_βήμα τβ
    Εντολές
Τέλος_επανάληψης
</pre></td></tr>
<tr><td><pre>
Αν τβ > 0 τότε
    μτ ← ατ
    Όσο μτ ≤ ττ επανάλαβε
        Εντολές
        μτ ← μτ + τβ
    Τέλος_επανάληψης
αλλιώς_αν τβ < 0 τότε
    μτ ← ατ
    Όσο μτ ≥ ττ επανάλαβε
</pre></td><td><pre>
Αν τβ > 0 τότε
    μτ ← ατ
    Αν μτ ≤ ττ τότε
        Αρχή_επανάληψης
            Εντολές
            μτ ← μτ + τβ
        Μέχρις_ότου μτ > ττ
    Τέλος_αν
αλλιώς_αν β < 0 τότε
</pre></td></tr>
</table>

Εντολές	μτ ← ατ
μτ ← μτ + τβ	**Αν** μτ >=ττ **τότε**
Τέλος_επανάληψης	**Αρχή_επανάληψης**
Τέλος_αν	Εντολές
	μτ ← μτ + τβ
	Μέχρις_ότου μτ < ττ
	Τέλος_αν
	Τέλος_αν

Η παραπάνω μετατροπή χρειάζεται να εφαρμοστεί στις περιπτώσεις που δεν είναι γνωστό αν το βήμα είναι θετικό ή αρνητικό. Διαφορετικά αξιοποιείται μόνο το αντίστοιχο τμήμα αλγόριθμου και χωρίς την εντολή επιλογής.

Παράδειγμα 4.36

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Όσο…επανάλαβε** και της **Μέχρις_ότου**.

Για μ **από** 6 **μέχρι** 16 **με_βήμα** 0.8
    Εμφάνισε μ
Τέλος_επανάληψης

Η μετατροπή έχει ως εξής:

μ ← 6	!αρχική τιμή της μεταβλητής
Όσο μ ≤ 16 **επανάλαβε**	!τελική τιμή της μεταβλητής
Εμφάνισε μ	
μ ← μ + 0.8	!αλλαγή της τιμής της μεταβλητής κατά το βήμα
Τέλος_επανάληψης	

μ ← 6	!αρχική τιμή της μεταβλητής
Αρχή_επανάληψης	
Εμφάνισε μ	
μ ← μ + 0.8	!αλλαγή της τιμής της μεταβλητής κατά το βήμα
Μέχρις_ότου μ > 16	!τελική τιμή της μεταβλητής

Ασκήσεις προς επίλυση: 4.54, 4.55 σελ 216

4.4.4 Μετατροπή από την εντολή Όσο … επανάλαβε στην εντολή Για … από … μέχρι

Η μετατροπή από την εντολή **Όσο** … **επανάλαβε** στην εντολή **Για** … **από** … **μέχρι** μπορεί να γίνει μόνο αν ισχύουν οι προϋποθέσεις που παρουσιάστηκαν προηγουμένως

Κατά τη μετατροπή από την εντολή **Όσο … επανάλαβε** στην εντολή **Για … από … μέχρι** διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις.

1. Ο συγκριτικός τελεστής της εντολής **Όσο … επανάλαβε** είναι είτε μικρότερος ή ίσος (≤), είτε μεγαλύτερος ή ίσος (≥)
2. Ο συγκριτικός τελεστής της εντολής **Όσο … επανάλαβε** είναι είτε αυστηρά μικρότερος (<) είτε αυστηρά μεγαλύτερος (>)
3. Στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** υπάρχουν εντολές μετά την αλλαγή της μεταβλητής κατά το βήμα.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν μεθοδολογίες και παραδείγματα στα οποία γίνεται εφαρμογή των μεθοδολογιών για κάθε μία περίπτωση ξεχωριστά.
Θα πρέπει να τονιστεί ότι στο τμήμα αλγορίθμου που δίνεται και περιέχει την εντολή **Όσο … επανάλαβε** αν ο συγκριτικός τελεστής είναι ≤ ή < τότε το βήμα θα είναι υποχρεωτικά θετικό ενώ αν είναι ≥ ή > υποχρεωτικά αρνητικό. Διαφορετικά υπάρχει περίπτωση παραβίασης της περατότητας.

Μεθοδολογία 1ης Περίπτωσης

μτ ← ατ
Όσο μτ ≤ ττ **επανάλαβε**
    Εντολές
    μτ ← μτ + τβ
Τέλος_επανάληψης
	τβ > 0 ⇒	**Για** μτ **από** ατ **μέχρι** ττ **με_βήμα** τβ
		    Εντολές
		Τέλος_επανάληψης

μτ ← ατ
Όσο μτ ≥ ττ **επανάλαβε**
    Εντολές
    μτ ← μτ + τβ
Τέλος_επανάληψης
	τβ < 0 ⇒	**Για** μτ **από** ατ **μέχρι** ττ **με_βήμα** τβ
		    Εντολές
		Τέλος_επανάληψης

Παράδειγμα 4.37

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Για…από…μέχρι.**

κ ← 2	!αρχική τιμή
Όσο κ ≤ 12 **επανάλαβε**	!τελική τιμή
Εμφάνισε κ	
κ ← κ + 2	!τιμή βήματος
Τέλος_επανάληψης	

Με βάση τους προηγούμενους πίνακες η μετατροπή είναι η εξής:

```
Για κ από 2 μέχρι 12 με_βήμα 2
    Εμφάνισε κ
Τέλος_επανάληψης
```

Μεθοδολογία 2ης Περίπτωσης

Αν στη συνθήκη της εντολής **Όσο … επανάλαβε** ο τελεστής σύγκρισης είναι αυστηρά μικρότερος ή αυστηρά μεγαλύτερος, τότε οι εντολές του βρόχου δεν εκτελούνται αν η μεταβλητή της συνθήκης λάβει την τιμή ττ. Έτσι η εντολή **Για … από … μέχρι** δεν θα πρέπει να εκτελεστεί όταν η μεταβλητή λάβει την τιμή ττ.

Εφόσον οι τιμές των ατ, ττ και τβ είναι γνωστές μπορεί να γίνει εικονική εκτέλεση και να βρεθεί η τελική τιμή για την οποία εκτελείται η εντολή **Όσο … επανάλαβε** και να τοποθετηθεί ως τελική τιμή στην εντολή **Για … από … μέχρι.**

Ακόμη εφόσον οι τιμές των ατ, ττ και τβ είναι γνωστές ή δεν είναι γνωστές αλλά είναι γνωστή η θέση του τελευταίου μη μηδενικού ψηφίου σε αυτές, μπορεί να δημιουργηθεί μια τελική τιμή (θα αναφέρεται ως ττ_για) για την εντολή **Για…από…μέχρι** η οποία μπορεί να τεθεί ως εξής:

Αν τβ >(<) 0 **τότε** ττ_για = ττ - (+) 10^{-N}

Η μεταβλητή N εκφράζει τη μεγαλύτερη θέση του τελευταίου μη μηδενικού ψηφίου μετά την υποδιαστολή, στις τιμές των ατ, ττ και τβ. Είναι προφανές ότι το N ισούται με μηδέν αν όλοι οι αριθμοί είναι ακέραιοι. Ο παραπάνω τύπος δεν βασίζεται σε κάποιον αλγόριθμο αλλά σε παρατήρηση των τιμών των μεταβλητών. Η τιμή που δημιουργείται με τη χρήση του παραπάνω τύπου είναι μεγαλύτερη ή ίση από την τελευταία τιμή για την οποία εκτελείται η εντολή **Όσο … επανάλαβε** και μικρότερη από την ττ.

Παράδειγμα 4.38

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Για … από … μέχρι.**

```
κ ← 2                        !αρχική τιμή  ατ
Όσο κ < 12 επανάλαβε         !τελική τιμή  ττ
    Εμφάνισε κ
    κ ← κ + 2                !τιμή βήματος  τβ
Τέλος_επανάληψης
```

Εκτελώντας εικονικά το τμήμα αλγορίθμου παρατηρούμε ότι οι εντολές του βρόχου εκτελούνται για τις ακόλουθες τιμές της μεταβλητής κ: 2, 4, 6, 8, 10 ενώ δεν εκτελούνται για την τιμή 12 η οποία δεν ικανοποιεί τη συνθήκη ελέγχου. Έτσι η τελική τιμή της μεταβλητής στην εντολή **Για … από … μέχρι** θα είναι το 10

```
Για κ από 2 μέχρι 10 με_βήμα 2
      Εμφάνισε κ
Τέλος_επανάληψης
```

Η τιμή που προκύπτει με βάση τον τύπο τт_για = тт - 10^{-N} είναι тт_για = 12 – 10^{-0} = 11. Η τιμή του Ν είναι μηδέν επειδή όλες οι τιμές των ατ, ττ και τβ είναι ακέραιες. Και για αυτή την τιμή όμως οι εντολές του βρόχου στην εντολή **Για … από … μέχρι** θα εκτελεστούν τις ίδιες φορές όπως και στην εντολή **Όσο … επανάλαβε.** Έτσι η εντολή **Για … από … μέχρι** μπορεί να γραφεί και ως εξής:

```
Για κ από 2 μέχρι 11 με_βήμα 2
      Εμφάνισε κ
Τέλος_επανάληψης
```

Η τιμή 11 είναι μεγαλύτερη μεν της τιμής 10 για την οποία εκτελείται τελευταία φορά η εντολή **Όσο … επανάλαβε** αλλά μικρότερη από την τιμή της ττ που είναι η 12.

Παράδειγμα 4.39

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Για … από … μέχρι.**

```
μ ← 1.3
Όσο μ < 5.345 επανάλαβε
      Εμφάνισε μ
      μ ← μ + 0.02
Τέλος_επανάληψης
```

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η εικονική εκτέλεση είναι αρκετά χρονοβόρα. Παρατηρούμε όμως ότι ατ = 1.3, ττ = 5.345, τβ = 0.02. Η μεγαλύτερη θέση που υπάρχει μη μηδενικό ψηφίο μετά την υποδιαστολή βρίσκεται στην ττ και ισούται με 3.
Έτσι ττ_για = 5.345 – 10^{-3} = 5.345 – 0.001 = 5.344.
Έτσι η μετατροπή έχει ως εξής:

```
Για μ από 1.3 μέχρι 5.344 με_βήμα 0.02
    Εμφάνισε μ
Τέλος_επανάληψης
```

Παράδειγμα 4.40

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Για … από … μέχρι.** Θεωρήστε τις μεταβλητές Α και Τ ακέραιες.

```
Διάβασε Α, Τ
μ ← Α
Όσο μ < Τ επανάλαβε
      Εμφάνισε μ
      μ ← μ + 1
Τέλος_επανάληψης
```

Στο παράδειγμα αυτό οι τιμές των ατ = Α και ττ = Τ δεν είναι γνωστές αλλά είναι ακέραιες. Επίσης η τιμή του βήματος είναι τβ = 1. Έτσι στον τύπο ττ_για = ττ - 10^{-N} το Ν ισούται με 0. Προκύπτει λοιπόν ττ_για = Τ – 10^{-0} = Τ – 1.

```
Διάβασε Α, Τ
Για μ από Α μέχρι Τ – 1
      Εμφάνισε μ
Τέλος_επανάληψης
```

Μεθοδολογία 3ης Περίπτωσης

Στην περίπτωση που υπάρχουν εντολές μετά την αλλαγή της τιμής της μεταβλητής της συνθήκης ελέγχου κατά μία ποσότητα στην εντολή **Όσο … επανάλαβε**, τότε είναι απαραίτητο να εντοπιστούν οι εντολές (εκφράσεις) που χρησιμοποιείται η τιμή της μεταβλητής μετά την αλλαγή της και στις αντίστοιχες εντολές της **Για…από…μέχρι** να χρησιμοποιηθεί η τιμή της μεταβλητής αλλαγμένη κατά την αντίστοιχη ποσότητα.

Παράδειγμα 4.41

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Για … από … μέχρι.**

```
κ ← 2
Όσο κ <= 12 επανάλαβε
      α ← κ – 1
      Εμφάνισε α
      κ ← κ + 2            !αλλαγή της τιμής της μεταβλητής
      α ← κ + 1            !χρήση της μεταβλητής σε έκφραση μετά την αλλαγή της τιμής της
      Εμφάνισε α
Τέλος_επανάληψης
```

Όπως φαίνεται η εντολή α ← κ + 1 εκτελείται μετά την αλλαγή της τιμή της μεταβλητής κ κατά την τιμή 2. Έτσι η μετατροπή έχει ως εξής:

```
Για κ από 2 μέχρι 12 με_βήμα 2
      α ← κ – 1
      Εμφάνισε α
```

α ← (κ + 2) + 1   ! μτ + 2 **Εμφάνισε** α **Τέλος_επανάληψης**

4.4.5 Μετατροπή από την εντολή Μέχρις_ότου στην εντολή Για … από … μέχρι

Μεθοδολογία

Προτείνεται να μετατραπεί πρώτα η **Μέχρις_ότου** σε **Όσο…επανάλαβε** και στη συνέχεια να ακολουθηθούν οι μεθοδολογίες που περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο.

μτ ← ατ **Αρχή_επανάληψης** εντολές μτ ← μτ + τβ **Μέχρις_ότου** μτ > ττ	⇒	μτ ← ατ εντολές μτ ← μτ + τβ **Όσο** μτ <= ττ **επανάλαβε** εντολές μτ ← μτ + τβ **Τέλος_επανάληψης**

Σε περίπτωση που οι εντολές πριν από το σώμα της επανάληψης δεν είναι δυνατόν να παραλειφθούν κατά τη μετατροπή της **Όσο … επανάλαβε** σε **Για … από … μέχρι** θα πρέπει να σημειωθεί ότι η αρχική τιμή είναι η ατ + τβ αφού οι εντολές έχουν ήδη εκτελεστεί μία φορά. Έτσι τελικά προκύπτει:

μτ ← ατ εντολές μτ ← μτ + τβ **Για** μτ **από** ατ + τβ **μέχρι** ττ **με_βήμα** τβ εντολές **Τέλος_επανάληψης**

Αν όμως είναι δυνατόν να παραλειφθούν οι εντολές του αρχικού βρόχου τότε η μετατροπή είναι η ακόλουθη:

Για μτ **από** ατ **μέχρι** ττ **με_βήμα** τβ εντολές **Τέλος_επανάληψης**

Παράδειγμα 4.42

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα με τη χρήση της εντολής **Για … από … μέχρι.** Θεωρήστε τις τιμές των Α, Τ και ΤΒ ακέραιες.

Χ ←Α

```
Αρχή_επανάληψης
X ← X + TB
Εκτύπωσε X
Μέχρις_ότου X >= T
```

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως η τιμή της μεταβλητής TB θα πρέπει να είναι θετική για μην υπάρχει περίπτωση παραβίασης της περατότητας.

Πρώτα θα μετατραπεί στην εντολή **Όσο** … **επανάλαβε**.

```
X ←A
X ← X + TB
Εκτύπωσε X
Όσο X < T επανάλαβε
    X ← X + TB
    Εκτύπωσε X
Τέλος_επανάληψης
```

Για να μετατραπεί τώρα στην εντολή **Για** … **από** … **μέχρι** πρέπει να ληφθούν υπόψη τα εξής:

- Οι τιμές των A, T και TB μπορεί να είναι οποιεσδήποτε ακέραιες.
- Υπάρχει αυστηρή ανισότητα στη συνθήκη της εντολής **Όσο** … **επανάλαβε**. Έτσι η τελική τιμή στην εντολή **Για** … **από** … **μέχρι** θα είναι η T - 1.
- Υπάρχει μία εντολή «**Εκτύπωσε** X» μετά την αλλαγή της μεταβλητής κατά μία ποσότητα στην οποία χρησιμοποιείται η τιμή της μεταβλητής ελέγχου.
- Επειδή οι εντολές εκτελούνται ήδη μία φορά πριν από την εκτέλεση της εντολής **Όσο** … **επανάλαβε** η αρχική τιμή της εντολής **Για** … **από** … **μέχρι** θα είναι τώρα η A + TB για το συγκεκριμένο παράδειγμα.

```
X ←A
X ← X + TB
Εκτύπωσε X
Για X από A + TB μέχρι T - 1 με_βήμα TB
            Εκτύπωσε X + TB
      Τέλος_επανάληψης
Τέλος_αν
```

Ασκήσεις προς επίλυση: 4.56, 4.57 σελ 217

4.4.6 Μετατροπή Εμφωλευμένων Βρόχων

Μεθοδολογία

Ένα σημείο που χρήζει προσοχής είναι το εξής: αν υπάρχουν εσωτερικοί βρόχοι αρχίζουμε τη μετατροπή από τον εξωτερικό.

Παράδειγμα 4.43

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου. Να μετατραπεί σε ισοδύναμο τμήμα μόνο με τη χρήση της εντολής **Για … από … μέχρι.**

```
κ ← 1
Όσο κ ≤ 5 επανάλαβε
    i ← κ + 1
    Όσο i ≤ 5 επανάλαβε
        Εμφάνισε κ, i
        i ← i + 1
    Τέλος_επανάληψης
    κ ← κ + 1
Τέλος_επανάληψης
```

Πρώτα μετατρέπεται η εξωτερική εντολή **Όσο … επανάλαβε.**

```
Για κ από 1 μέχρι 5
    i ← κ +1
    Όσο i ≤ 5 επανάλαβε
        Εμφάνισε κ, i
        i ← i + 1
    Τέλος_επανάληψης
Τέλος_επανάληψης
```

Στη συνέχεια μετατρέπεται η εσωτερική εντολή **Όσο … επανάλαβε** και τελικά προκύπτει:

```
Για κ από 1 μέχρι 5
    Για i από κ + 1 μέχρι 5
        Εμφάνισε κ, i
    Τέλος_επανάληψης
Τέλος_επανάληψης
```

4.4.7 Μεθοδολογία επίλυσης μετατροπών σύνθετων προβλημάτων.

Μετά την παραπάνω ανάλυση όπως φαίνεται η μεγαλύτερη δυσκολία υπάρχει στις περιπτώσεις μετατροπής από τις εντολές επανάληψης **Όσο … επανάλαβε** και **Μέχρις_ότου** στην εντολή **Για …**

από … μέχρι. Βέβαια η εντολή **Μέχρις_ότου** μετατρέπεται πρώτα στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** οπότε ακολουθούνται οι μεθοδολογίες για την μετατροπή από την εντολή στην εντολή **Για … από … μέχρι**. Συνοψίζοντας τις παραπάνω μεθοδολογίες η επίλυση των συγκεκριμένων προβλημάτων μπορεί να γίνει σε τρία βήματα.

Μεθοδολογία

1^{ο} Βήμα

Εντοπίζουμε τις τιμές της ατ, ττ και τβ στον αλγόριθμο προς μετατροπή.

- Αν η αρχική εντολή προς μετατροπή ήταν η **Μέχρις_ότου** και κατά την μετατροπή της στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** οι εντολές του αρχικού βρόχου γράφονται μία φορά πριν από την συνθήκη ελέγχου τότε ως ατ ορίζεται η τιμή ατ + τβ
- Αν δεν είναι δυνατόν να εντοπιστεί η ττ τότε θα πρέπει να γίνει εικονική εκτέλεση ώστε να βρεθεί ποια είναι η τελική τιμή για την οποία εκτελείται η αρχική εντολή προς μετατροπή.
- Αν η μτ αλλάζει μέσα στις εντολές του βρόχου περισσότερες από μία φορές τότε η τιμή του βήματος προκύπτει από το άθροισμα των τιμών των αλλαγών. Οι τιμές που αλλάζει η μεταβλητή μπορεί να είναι αρνητικές ή θετικές.

2^{ο} Βήμα

Ελέγχουμε αν υπάρχει αυστηρή ανισότητα και δημιουργούμε την τιμή της ττ_για εφόσον δεν έχει γίνει εικονική εκτέλεση προηγουμένως.

3^{ο} Βήμα

Ελέγχουμε αν υπάρχουν εκφράσεις στις οποίες συμμετέχει η μτ εφόσον έχει αλλάξει κατά μία ποσότητα στις εντολές του βρόχου και αλλάζουμε κατάλληλα την τιμή της στις εντολές της **Για … από … μέχρι.**

Παράδειγμα 4.44

Να μετατρέψετε ισοδύναμα το παραπάνω τμήμα αλγορίθμου χρησιμοποιώντας αποκλειστικά την ε-ντολή επανάληψης **Για** ... **από** ... **μέχρι** αντί των εντολών **Μέχρις_ότου** και **Όσο … επανάλαβε.**

```
χ ← 3
Αρχή_επανάληψης
        χ ← χ + 2
        y ← χ + 2
        Όσο y < 15 επανάλαβε
            y ← y + 4
            Εμφάνισε y
        Τέλος_επανάληψης
        Αν χ > 6 τότε
        Εμφάνισε y – χ
    Τέλος_αν
    χ ← χ + 3
 Μέχρις_ότου χ mod 8 >= 5
```

Παρατηρούμε ότι υπάρχουν δύο εντολές επανάληψης η μία μέσα στην άλλη. Θα μετατρέψουμε πρώτα την εξωτερική εντολή **Μέχρις_ότου**.
Αρχικά τη μετατρέπουμε στην εντολή **Όσο … επανάλαβε**. Επειδή η συνθήκη ελέγχου είναι Αληθής τη πρώτη φορά που ελέγχεται στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** (εικονική εκτέλεση) προκύπτει:

```
χ ← 3
Όσο χ mod 8 < 5 επανάλαβε
        χ ← χ + 2
        y ← χ + 2
        Όσο y < 15 επανάλαβε
            y ← y + 4
            Εμφάνισε y
        Τέλος_επανάληψης
        Αν χ > 6 τότε
        Εμφάνισε y – χ
    Τέλος_αν
    χ ← χ + 3
 Τέλος_επανάληψης
```

Με βάση το 1^{ο} βήμα της προηγούμενης μεθοδολογίας έχουμε τα εξής:
Η αρχική τιμή της μεταβλητής χ είναι ατ = 3
Για να βρεθεί η ττ απαιτείται εικονική εκτέλεση.
Επειδή η μεταβλητή σε κάθε επανάληψη αλλάζει την τιμή της κατά 2 αρχικά και στη συνέχεια κατά 3, η τιμή του βήματος θα είναι τελικά τβ = 5.
Με βάση εικονική εκτέλεση του τμήματος αλγορίθμου προκύπτει ότι η τελευταία τιμή της μεταβλητής για την οποία εκτελείται η εντολή **Όσο** χ **mod** 8 < 5 **επανάλαβε** είναι η 8. Άρα ττ = 8.

Δεν έχει νόημα να εκτελεστεί το 2^{ο} βήμα αφού η συνθήκη δεν είναι της μορφής «μτ **τελεστής** ττ» και η τελική τιμή προέκυψε από εικονική εκτέλεση.

Με βάση το 3^{ο} βήμα παρατηρούμε ότι υπάρχουν εκφράσεις στις οποίες χρησιμοποιείται η μεταβλητή μετά την αλλαγή της τιμής της κατά μία ποσότητα. Οι εντολές που θα τροποποιηθούν είναι οι ακόλουθες:

y ← χ + 2	σε	y ← (χ +2)+ 2
Αν χ > 6 **τότε**	σε	**Αν** (χ + 2) > 6 **τότε**
Εμφάνισε y – χ	σε	**Εμφάνισε** y - (χ + 2)

Έτσι το τμήμα αλγορίθμου είναι τώρα το ακόλουθο:

```
Για χ από 3 μέχρι 8 με_βήμα 5


    y ← (χ +2)+ 2
    Όσο y < 15 επανάλαβε
        y ← y + 4
```

```
        Εμφάνισε y
    Τέλος_επανάληψης

    Αν (χ + 2) > 6 τότε
        Εμφάνισε y - (χ + 2)
    Τέλος_αν

Τέλος_επανάληψης
```

Θα ασχοληθούμε τώρα με την εσωτερική εντολή επανάληψης. Με βάση τα τρία βήματα της παραπάνω μεθοδολογίας έχουμε:
1^o Βήμα: ατ = (χ + 2) + 2, ττ = 15 και τβ = 4
2^o Βήμα: υπάρχει αυστηρή ανισότητα άρα ττ_για = 15 – 1 = 14 αφού όλες οι τιμές είναι ακέραιες
3^o Βήμα: υπάρχει μία εντολή «**Εμφάνισε** y» που χρησιμοποιείται η τιμή της μεταβλητής μετά την αλλαγή της κατά μία ποσότητα. Η εντολή θα αλλάξει σε «**Εμφάνισε** y + 4».
Έτσι τελικά προκύπτει:

```
Για χ από 3 μέχρι 8 με_βήμα 5

    Για y από (χ + 2) + 2 μέχρι 14 με_βήμα 4
        Εμφάνισε y + 4
    Τέλος_επανάληψης

    Αν (χ + 2) > 6 τότε
        Εμφάνισε y - (χ + 2)
    Τέλος_αν

Τέλος_επανάληψης
```

Ασκήσεις προς επίλυση: 4.58 σελ 219

Όλες οι προτεινόμενες μέθοδοι βασίζονται στην παραδοχή ότι η μετατροπή από μία εντολή επανάληψης σε μία άλλη είναι εφικτή. Για αυτό αναφέρθηκε πότε είναι δυνατόν να μετατραπεί μία εντολή επανάληψης σε μία άλλη. Υπάρχουν όμως και κάποιοι περιορισμοί που αφορούν κυρίως τη μετατροπή από και σε **Για** ... **από** ... **μέχρι.**

Αν πρόκειται να μετατραπεί η εντολή **Για ... από ... μέχρι** στην εντολή **Όσο … επανάλαβε**, όπως παρουσιάστηκε πρέπει να συνταχθεί με βάση το πρόσημο του βήματος η συνθήκη στην εντολή **Όσο … επανάλαβε**, αλλιώς θα είναι λανθασμένη.

Αν ζητείται να μετατραπεί η εντολή **Όσο … επανάλαβε** στην εντολή **Για ... από ... μέχρι** και υπάρχει ο τελεστής του διάφορου (≠) στην συνθήκη τότε θα πρέπει στην εντολή **Όσο … επανάλαβε** η μεταβλητή να πάρει κάποια στιγμή την ττ γιατί διαφορετικά παραβιάζεται η περατότητα. Επίσης η μετατροπής μίας εντολής **Όσο … επανάλαβε** στην εντολή **Για ... από ... μέχρι** με τον τελεστή της ισότητας (=) στην συνθήκη έχει νόημα μόνο αν ατ = ττ όποτε και οι δυο εντολές εκτελούνται ακριβώς μία φορά.

4.4.8 Αλγόριθμος εύρεσης της τελικής τιμής της μεταβλητής για την οποία εκτελούνται οι εντολές του βρόχου στην εντολή Όσο … επανάλαβε

Οι παραπάνω μεθοδολογίες δεν μπορούν να δώσουν λύση στη μετατροπή από την εντολή **Όσο** … **επανάλαβε** στην εντολή **Για** … **από** … **μέχρι** όταν κάποια ή κάποιες από τις τιμές των ατ, ττ και τβ είναι τυχαίες.

Στο συγκεκριμένο σημείο παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος ο οποίος βρίσκει την τελική τιμή για την οποία πραγματικά εκτελείται η εντολή **Όσο** … **επανάλαβε**. Η εκμάθηση αυτού του αλγορίθμου θα πρέπει να θεωρηθεί πέρα από τους στόχους του μαθήματος.

Βέβαια με τη χρήση του συγκεκριμένου αλγορίθμου μπορεί να δοθεί σωστή λύση σε θέμα πανελλαδικών εξετάσεων που ανήκε στη συγκεκριμένη περίπτωση. Η λύση που δόθηκε από την Κεντρική Επιτροπή Εξετάσεων τότε κάλυπτε μόνο την περίπτωση οι τιμές των ατ, ττ και τβ να είναι ακέραιες.

Το συγκεκριμένο θέμα, τέθηκε το 2001 στις επαναληπτικές εξετάσεις, ήταν το εξής:

Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου:

X ← A
Αρχή_επανάληψης
    X ← X+2
    Εκτύπωσε X
Μέχρις_ότου X >= M

α. Να δώσετε τη δομή επανάληψης "**Για** … **από** … **μέχρι** …**με_βήμα** …" η οποία τυπώνει ακριβώς τις ίδιες τιμές με το πιο πάνω τμήμα αλγορίθμου. Μ 7
β. Τι θα τυπωθεί, αν Α = 4 και Μ = 9; Μ 3
γ. Τι θα τυπωθεί, αν Α = –5 και Μ = 0; Μ 3

Μία λύση που δόθηκε ήταν η εξής:

X ← A
X ← X + 2
Εκτύπωσε X
Για X **από** A+2 **μέχρι** M - 1 **με_βήμα** 2
    Εκτύπωσε X + 2
Τέλος_επανάληψης

Η συγκεκριμένη λύση είναι σωστή μόνο για την περίπτωση που οι μεταβλητές Α και Μ θεωρηθούν ακέραιες. Όμως στο συγκεκριμένο θέμα δεν διευκρίνιζε τι ακριβώς τύπου είναι οι συγκεκριμένες με-

ταβλητές. Αν οι μεταβλητές έχουν για παράδειγμα τις τιμές Α=4.1, Μ= 6.6 τότε οι δύο παραπάνω αλγόριθμοι δεν δίνουν τα ίδια αποτελέσματα.
Φυσικά για να φτάσει κάποιος στη συγκεκριμένη λύση θα πρέπει να περάσει πρώτα από τη μετατροπή της εντολής **Μέχρις_ότου** στην εντολή **Όσο** … **επανάλαβε**.

```
Χ ←Α
Χ ← Χ+2
Εκτύπωσε Χ
Όσο Χ < Μ επανάλαβε
    Χ ← Χ+2
    Εκτύπωσε Χ
Τέλος_επανάληψης
```

Εδώ λοιπόν προκύπτει και το πρόβλημα. Εφόσον δεν γνωρίζουμε ποιες ακριβώς είναι οι τιμές των μεταβλητών Α και Μ και υπάρχει αυστηρή ανισότητα δεν είναι δυνατόν να ορίσουμε μία τελική τιμή για την εντολή **Για** … **από** … **μέχρι.** Ο παρακάτω αλγόριθμος λύνει αυτό το πρόβλημα.

Έστω η γενική μορφή της εντολής **Όσο … επανάλαβε** στην οποία δεν υπάρχει αυστηρή ανισότητα και **κ ένας ακέραιος** που εκφράζει πόσες φορές αλλάζει μέσα στο βρόχο η μεταβλητή (μτ) κατά το βήμα για να πλησιάσει ή να φτάσει την τελική τιμή (ττ), όχι όμως να την ξεπεράσει. Η τιμή του κ, θα είναι:

κ = (ττ - ατ) / τβ

Ωστόσο, η τιμή του κ θα πρέπει να είναι ακέραια, ενώ η συγκεκριμένη διαίρεση μπορεί να δώσει και πραγματικό αποτέλεσμα. Για το λόγο αυτό, τελικά η τιμή του κ θα δίνεται από τη σχέση:

κ = **Α_Μ**((ττ - ατ) / τβ)

Υπενθυμίζεται ότι **Α_Μ**(x) είναι η συνάρτηση που επιστρέφει το ακέραιο μέρος του x.
Έτσι η πραγματικά τελική τιμή για την οποία εκτελείται η εντολή **Όσο** … **επανάλαβε** είναι η

ττπ = ατ + κ * τβ

Αν υπάρχει τώρα αυστηρή ανισότητα και ττπ < ττ για τβ >0 **ή** ττπ > ττ για τβ<0 τότε δεν υπάρχει πρόβλημα να μετατραπεί σε **Για** μτ **από** ατ **μέχρι** ττ **με_βήμα** τβ αφού η μεταβλητή δεν φτάνει στην ττ. Αν όμως ττπ = ττ τότε η πραγματικά τελική τιμή της μεταβλητής για την οποία εκτελούνται οι εντολές στην εντολή **Όσο…επανάλαβε** δεν είναι η προαναφερόμενη, αλλά η αμέσως προηγούμενη της.

ττπ = ατ + κ * τβ - τβ

Τα παραπάνω βήματα συνοψίζονται ως εξής:
<u>Βήμα 1</u>: Υπολογισμός των φορών που αλλάζει η μεταβλητή κατά το βήμα για να πλησιάσει ή να φτάσει την τελική τιμή, όχι όμως να την ξεπεράσει, στη γενική μορφή της εντολής **Όσο…επανάλαβε**: **κ = Α_Μ((ττ - ατ) / τβ)**
<u>Βήμα 2</u>: Εύρεση της τελευταίας τιμής που λαμβάνει πραγματικά η μεταβλητή της εντολής **Όσο…επανάλαβε** στη γενική της μορφή: **ττπ = ατ + κ * τβ**
<u>Βήμα 3</u>: Εύρεση της πραγματικά τελικής τιμής αν στην περίπτωση της αυστηρής ανισότητας ισχύει ττπ = ττ, από τον τύπο **ττπ = ατ + κ * τβ - τβ**

Το τμήμα αλγορίθμου που υλοποιεί τα παραπάνω είναι το ακόλουθο:

```
κ ← Α_Μ((ττ - ατ) / τβ)
ττπ ← ατ + κ * τβ
Αν ττπ = ττ τότε ττπ ← ττ - τβ
```

Έτσι η λύση που καλύπτει όλες τις πιθανές τιμές των μεταβλητών Α και Μ είναι η ακόλουθη:

```
Χ ← Α
Χ ← Χ + 2
Εκτύπωσε Χ

κ ← Α_Μ((Μ - Α) / 2)
ττπ ← Α + κ * 2
Αν ττπ = Μ τότε ττπ ← Μ – 2

Για Χ από Α+2 μέχρι ττπ με_βήμα 2
    Εκτύπωσε Χ + 2
Τέλος_επανάληψης
```

Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμη και σε περιπτώσεις που οι τιμές είναι γνωστές και υπάρχει αυστηρή ανισότητα. Έστω ότι δίνεται το τμήμα αλγόριθμου του παραδείγματος 4.38.

```
χ ← 2
Όσο χ < 12 επανάλαβε
    Εμφάνισε χ
    χ ← χ + 2
Τέλος_επανάληψης
```

Έχουμε ατ = 2 ττ = 12 και τβ = 2. Επίσης υπάρχει αυστηρή ανισότητα. Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε προηγουμένως προκύπτει:
κ = Α_Μ ((12 – 2) / 2) = 5
ττπ = 2 + 5 * 2 = 12
Επειδή ττπ = ττ προκύπτει ότι ττπ = 12 - 2 = 10
Καταλήγουμε λοιπόν στην ίδια τιμή με αυτήν που προκύπτει από εικονική εκτέλεση.

Σε περιπτώσεις για γνωστές τιμές των ατ, ττ και τβ, προτείνεται να ακολουθηθούν οι μεθοδολογίες που περιγράφηκαν στις προηγούμενες παραγράφους.